

Paul Milan

**Je réussis
mon entrée en prépa**

Maths

→ Remise à niveau pour la **PRÉPA**



Méthodes et conseils

- Bien démarrer sa prépa
- Organiser son année
- Les conseils sur la matière



Entraînement intensif

- 80 QCM d'auto-évaluation
- + de 200 exercices progressifs et chronométrés



Synthèse de cours avec :

- Toutes les notions du lycée
- Des passerelles vers la prépa



Tous les corrigés détaillés



OFFERT EN LIGNE

- + Tous les **QCM** et **Vrai/Faux** interactifs
- + Plus d'**exercices corrigés**
- + Des fiches et activités **Python**

PRÉPAS SCIENTIFIQUES
MPSI-PCSI-PTSI-MP2I-TSI-BCPST

2^e édition
CONFORME
AU PROGRAMME

**Je réussis
mon entrée en prépa**

Maths

Passerelle Terminale → Prépa

Paul Milan, diplômé de l'école Centrale, a une longue expérience de l'enseignement des mathématiques, notamment au lycée et dans les cursus supérieurs. Il est également auteur de nombreux ouvrages.

Vuibert

Prêt à entrer en prépa ?

Retrouvez notre QCM interactif en partenariat avec LES SHERPAS[©] pour être au top à la rentrée !



lienmini.fr/21488-QCM

ISBN : 978-2-311-21488-8

Conception couverture : Makaku - Emmanuel Linares

Conception et mise en page : Sébastien Mengin - Edilibre / Hervé Soulard

Crédits iconographiques : page 7. AdobeStock© yuriygolub - page 21. AdobeStock© tostphoto

Illustrations réalisées Marie-Christine Liennard, Valérie Goncalves et Christel Parolini

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. Le « photocopillage », c'est l'usage abusif et collectif de la photocopie sans autorisation des auteurs et des éditeurs. Largement répandu dans les établissements d'enseignement, le « photocopillage » menace l'avenir du livre, car il met en danger son équilibre économique. Il prive les auteurs d'une juste rémunération. En dehors de l'usage privé du copiste, toute reproduction totale ou partielle de cet ouvrage est interdite. Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au Centre français d'exploitation du droit de copie: 20, rue des Grands-Augustins, F-75006 Paris. Tél.: 01 44 07 47 70.

© Vuibert - avril 2023 - 5, allée de la 2^e D.B., 75015 Paris - Site Internet: <http://www.vuibert.fr>



SOMMAIRE



Ressources numériques

Pour accéder aux ressources numériques en ligne, retrouvez nos codes à flasher tout au long du livre :

- **QCM d'auto-évaluation** interactifs
- **Exercices d'application** supplémentaires
- **Fiches et activités Python** de remise à niveau



PARTIE 1.

MÉTHODES ET CONSEILS POUR FAIRE LA DIFFÉRENCE

1 ▶ L'entrée en classe préparatoire aux grandes écoles, p. 8 — **2** ▶ Les 6 qualités d'un préparatoire, p. 9 — **3** ▶ Les 5 conseils pour bien démarrer votre année, p. 10 — **4** ▶ La gestion de la masse de travail, p. 11 — **5** ▶ Les cours et les différents types de devoirs, p. 13 — **6** ▶ Les 8 incontournables en mathématiques, p. 17



PARTIE 2.

MATHS. TOUT CE QU'IL FAUT SAVOIR POUR RÉUSSIR

Chapitre 1. Raisonnement et logique 23

Auto-évaluation, p. 24

Synthèse de cours, p. 25

1 ▶ Raisonnements, p. 25 — **2** ▶ Les quantificateurs, p. 28 — **3** ▶ Logique et opérations sur les ensembles, p. 50

Exercices d'application, p. 38

Corrigés détaillés, p. 40

Chapitre 2. Calculs algébriques 43

Auto-évaluation, p. 44

Synthèse de cours, p. 45

1 ▶ Somme et produit des racines, p. 45 — **2** ▶ Équations irrationnelles, p. 47 — **3** ▶ Inéquations irrationnelles ou valeurs absolues, p. 49 — **4** ▶ Système d'équations linéaires, p. 50 — **5** ▶ Opérations sur les inégalités, p. 54

Exercices d'application, p. 56

Corrigés détaillés, p. 58

Chapitre 3. Nombres complexes : mise à niveau	65
Auto-évaluation , p. 66	
Synthèse de cours , p. 67	
1 ▶ Le point de vue algébrique, p. 67 — 2 ▶ Le point de vue géométrique, p. 71	
Exercices d'application , p. 74	
Corrigés détaillés , p. 78	
Chapitre 4. Trigonométrie, nombres complexes et géométrie	85
Auto-évaluation , p. 86	
Synthèse de cours , p. 87	
1 ▶ Trigonométrie, p. 87 — 2 ▶ Fiche trigonométrie, p. 89 — 3 ▶ Racines n -ième de l'unité, p. 92 — 4 ▶ Transformations élémentaires, p. 94 — 5 ▶ Barycentre, p. 97	
Exercices d'application , p. 102	
Corrigés détaillés , p. 107	
Chapitre 5. Analyse	117
Auto-évaluation , p. 118	
Synthèse de cours , p. 119	
1 ▶ Symétrie et translation, p. 119 — 2 ▶ Composition, dérivées successives, p. 122 — 3 ▶ Compléments sur les limites, p. 126 — 4 ▶ Exponentielle en base a et racine n -ième, p. 130	
Exercices d'application , p. 132	
Corrigés détaillés , p. 136	
Chapitre 6. Intégration, équations différentielles	147
Auto-évaluation , p. 148	
Synthèse de cours , p. 149	
1 ▶ Intégration par parties, p. 149 — 2 ▶ Recherche de primitives, p. 151 — 3 ▶ Intégration par changement de variable, p. 152 — 4 ▶ Calcul approché d'une intégrale, p. 154 — 5 ▶ Équations différentielles, p. 155	
Exercices d'application , p. 159	
Corrigés détaillés , p. 164	
Chapitre 7. Les suites numériques	173
Auto-évaluation , p. 174	
Synthèse de cours , p. 175	
1 ▶ Symboles somme et produit, p. 175 — 2 ▶ Suites adjacentes, p. 179 — 3 ▶ Limites d'une suite, p. 180	
Exercices d'application , p. 184	
Corrigés détaillés , p. 190	
Chapitre 8. Arithmétique : mise à niveau	201
Auto-évaluation , p. 202	
Synthèse de cours , p. 203	
1 ▶ Multiples, division euclidienne et congruence, p. 203 — 2 ▶ PGCD, théorèmes de Bézout et Gauss, p. 207 — 3 ▶ Les nombres premiers, p. 211	
Exercices d'application , p. 214	
Corrigés détaillés , p. 221	

Chapitre 9. Dénombrement et arithmétique 235**Auto-évaluation**, p. 236**Synthèse de cours**, p. 237**1** ▶ Dénombrement, p. 237 — **2** ▶ Petit théorème de Fermat, p. 241 — **3** ▶ Opérations avec la congruence, p. 242**Exercices d'application**, p. 245**Corrigés détaillés**, p. 249**Ressources numériques****Retrouvez des fiches et activités interactives en Python pour une remise à niveau efficace**lienmini.fr/40828-PYTHON**MODE D'EMPLOI**

Cet ouvrage a été conçu comme un **outil de révisions** pratique et agréable pour l'élève. Des rubriques, agrémentées de **pictogrammes**, permettent une lecture non linéaire et des **points de repères** visuels.

**À retenir**

Pour réviser et maîtriser les notions et les définitions essentielles du programme. Elles sont à connaître par cœur.

**Objectif prépa**

Pour s'immerger dans le programme de prépa. Un avant-goût des exigences de première année.

**Attention !**

Pour mettre en avant les points de vigilance.

D'autres rubriques, **Remarque**, **Exemple**, **etc.** viennent enrichir les synthèses de cours et permettent une meilleure appropriation des contenus.

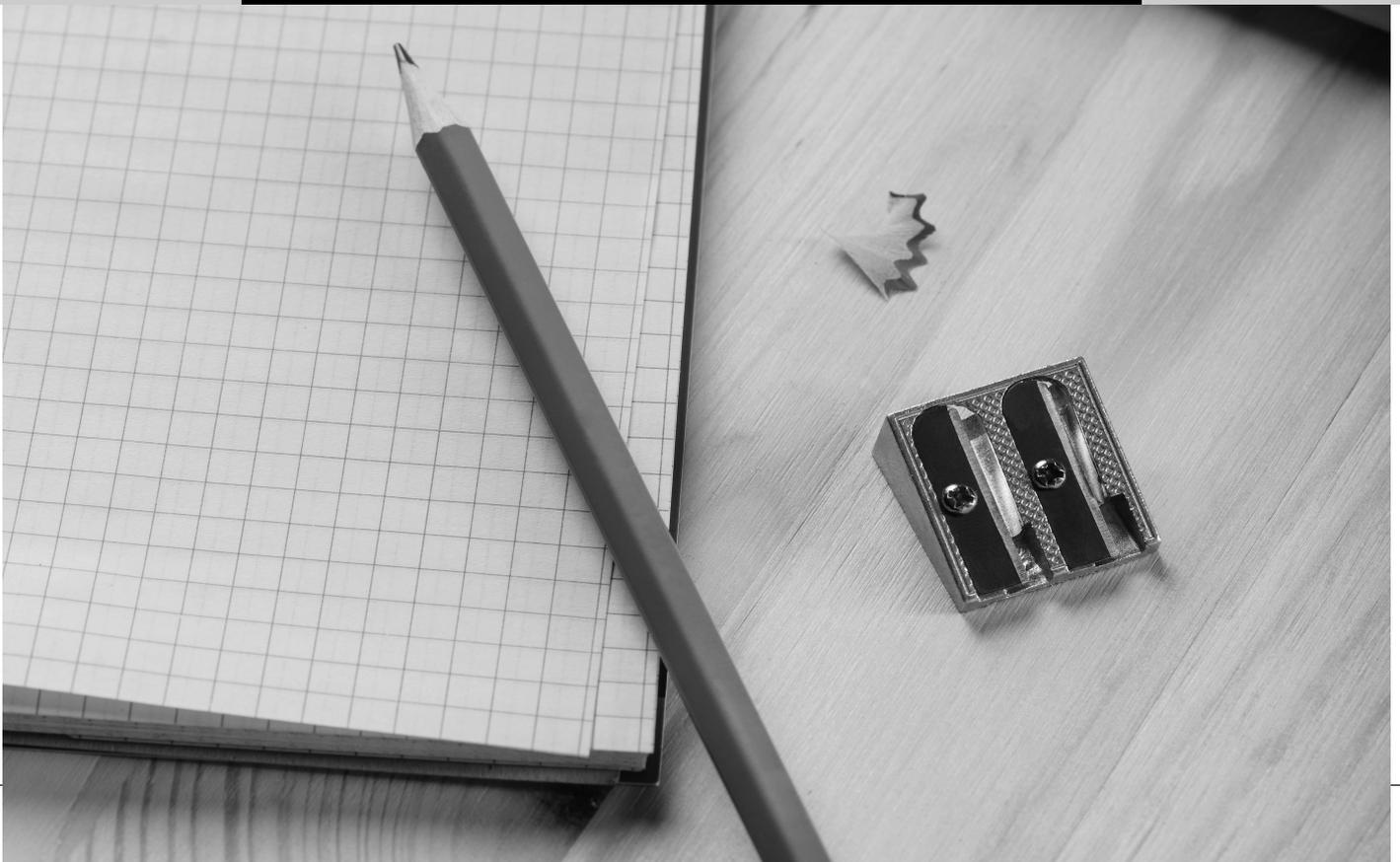


PARTIE 1

MÉTHODES ET CONSEILS POUR FAIRE LA DIFFÉRENCE

Plan de la partie

- | | |
|---|----|
| 1. L'entrée en classe préparatoire aux grandes écoles | 8 |
| 2. Les 6 qualités d'un préparatoire | 9 |
| 3. Les 5 conseils pour bien démarrer votre année | 10 |
| 4. La gestion de la masse de travail | 11 |
| 5. Les cours et les différents types de devoirs | 13 |
| 6. Les 8 incontournables en mathématiques | 17 |



MÉTHODOLOGIE DE TRAVAIL

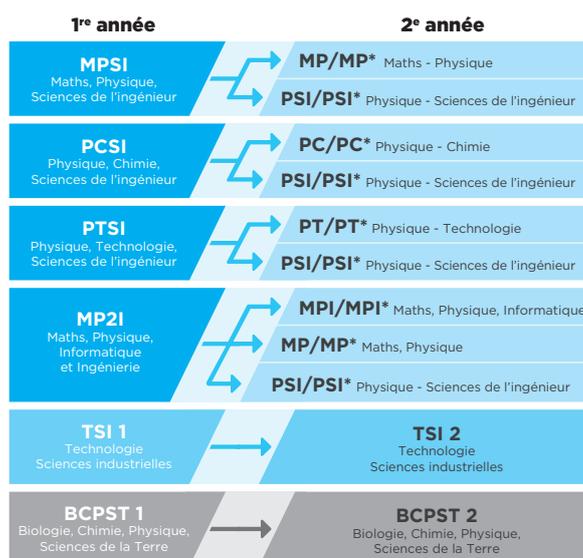
Vous allez entrer en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE)? Vous vous posez des questions sur vos capacités de réussite, sur le niveau de difficulté, sur l'organisation du travail? Retrouvez ici tous les conseils qui vous permettront d'entreprendre plus sereinement ces deux années de formation et vous seront utiles, autant pour votre vie d'étudiant qui démarre, que pour votre vie professionnelle à venir.

1 L'entrée en classe préparatoire aux grandes écoles

Présentation générale

Les CPGE, qu'elles soient scientifiques (comme cela va nous intéresser dans cet ouvrage), littéraires ou commerciales, font l'objet de nombreuses idées préconçues. Quantité de travail à fournir colossale, cours qui vont à toute vitesse, professeurs sévères, mauvaises notes, même pour les meilleurs élèves, autant d'idées passées et qui ne sont en aucun cas le reflet des changements et des évolutions entrepris en classe prépa. Les enseignants sont très attentifs et à l'écoute de leurs étudiants, la camaraderie est forte entre membres d'une même classe et, avec beaucoup de motivation et d'investissement, ces deux années se vivent très bien. Un premier point rassurant : si votre dossier est sélectionné et que vous êtes pris, c'est déjà bon signe. Cela signifie que des enseignants expérimentés de prépa ont inspecté votre dossier et que votre réussite ne fait aucun doute. La légende des prépas peut faire peur, mais, si la montagne paraît grande, elle n'en reste pas moins surmontable. Chaque année, un très grand nombre d'élèves intègre une école d'ingénieurs ou un autre cursus. La qualité de la formation en prépa est telle que tout élève trouvera sa voie.

Les parcours et filières en prépas scientifiques



2 Les 6 qualités d'un préparatoire

1. Faire preuve de persévérance et d'une bonne capacité de travail

La prépa implique un rythme de travail soutenu, avec une trentaine d'heures de cours par semaine qu'il faut compléter chaque jour par des heures de travail personnel, avec un rythme soutenu contenant des interrogations orales (les « colles ») et un devoir écrit chaque semaine (les DS). Le rythme sera nécessairement plus soutenu que ce que vous avez pu connaître au lycée et la préparation aux concours implique de se préparer pendant deux ans et donner le meilleur de soi-même lors des épreuves, pour avoir les meilleurs résultats possibles. Il faut donc tenir sur la durée et travailler régulièrement.

2. Être capable de se concentrer

Un travail efficace implique une bonne capacité de concentration. Votre aptitude à vous concentrer sur une tâche ou sur la réalisation d'un exercice vous permet d'avancer plus rapidement dans les exercices, de comprendre en classe et ainsi de commencer, dès la prise de notes, à mémoriser des savoirs opérationnels.

3. Savoir s'organiser

Les journées sont bien remplies et vous avez plusieurs matières différentes à travailler chaque jour. Il faut également prévoir des temps pour soi, afin de pratiquer une activité sportive et conserver des loisirs. Anticiper le travail à faire, répartir la charge de travail sur la semaine et aménager ses plages de détente implique une bonne capacité d'organisation et la gestion d'un planning, ce qui sera un atout certain pour vos deux années de CPGE.

4. Être rigoureux

La prépa est une formation scientifique où la rigueur dans le raisonnement est de mise. Savoir mettre en relation des informations, raisonner, utiliser ses connaissances pour proposer des interprétations, quantifier des phénomènes et réaliser une analyse critique est au cœur de cette formation.

5. Être polyvalent et curieux

Non seulement vous aborderez des thèmes très divers en mathématiques, mais vous étudierez également de la physique-chimie, de l'informatique, de l'anglais, ou du français-philosophie. La réussite aux concours implique de s'investir dans l'ensemble de ces disciplines et donc de faire preuve d'une curiosité pour le monde qui vous entoure.

6. Avoir un ou plusieurs objectifs

Un travail soutenu dans l'optique d'un concours est difficilement envisageable sans but. Même si celui-ci peut bien évidemment changer au cours des deux années, grâce à une meilleure connaissance des débouchés professionnels et des formations proposées par les grandes écoles, il est important d'avoir un objectif qui vous aide à tenir sur la durée, tout en cherchant à progresser dès que possible.

3 Les 5 conseils pour bien démarrer votre année

1. Entrer rapidement dans votre année

Les premières semaines sont très importantes et les enseignants vont démarrer l'année dès la première heure de cours. Il sera considéré que l'ensemble des connaissances du lycée sont acquises et surtout, maîtrisées. Ce livre vous y aidera ! Le premier des conseils est donc de réviser sérieusement durant les vacances d'été, avant la reprise des cours. Assurez-vous de savoir encore manipuler des équations mathématiques et de résoudre quelques exercices très importants et classiques de mathématiques (tous les exercices de ce livre sont conçus dans ce sens). Vous pourrez alors affronter votre formation sur un bon pied.

2. Vous mettre au travail tout de suite

Les enseignants vous donneront, dès le premier jour, des directives pour travailler intelligemment, il faut donc les saisir immédiatement et les appliquer tout de suite, sans attendre en se disant que « pour le moment, ça va ! ». Si vous prenez du retard dès les premières semaines, vous serez vite débordé.

L'avantage, c'est qu'une fois le rythme pris et les méthodes correctement appliquées, il n'y aura plus aucune raison de flancher durant les deux ans qui vous attendent.

3. Optimiser votre temps

Il est souvent compliqué, pour de bons élèves du secondaire qui pouvaient s'accorder beaucoup de temps libre (pour les loisirs ou autre) de s'adapter à ce rythme. Il faut sortir radicalement du monde lycéen (parties de cartes, soirées en semaine, grande pratique sportive, flânerie) pour s'approprier l'esprit prépa, beaucoup plus rigoureux. Vous ne devez pas vous leurrer, ces deux années de CPGE demandent beaucoup d'énergie, de motivation et de temps. Se créer un planning de travail et faire la chasse au temps non utilisé est donc primordial, par exemple en mettant à profit le temps dans les transports (en faisant des fiches de révisions ou en utilisant un système de flashcards interactives pour mémoriser les notions). Ce qui est certain c'est que, quel que soit votre niveau, en comparaison du travail fourni au lycée, il faudra amplifier votre plage horaire de travail personnel.

4. Vous attribuer des temps de détente

La prépa vous demandera une forte implication dans le travail que vous ne pourrez maintenir que si vous savez vous attribuer des moments de plaisir et de détente. Il faut simplement réduire ce temps et le ritualiser sur une durée brève. Adieu le sport tous les deux soirs dans un club et le week-end en journée, mais pourquoi pas une séance par semaine ? Sur votre planning, vous pouvez prévoir de sortir avec vos amis tous les samedis après-midi pour vous aérer, mais pas plus. Ce sera vital pour tenir sur la durée. On ne vous demande pas de vous couper complètement du monde, tout est une question d'organisation ! Il en va de même pour les amitiés et les relations amoureuses, il ne faut en aucun cas les sacrifier. Les classes prépas sont un lieu de travail mais aussi un lieu de développement personnel et de rencontres. Vous allez justement passer beaucoup de temps en présence de vos camarades, vous serez tous confrontés aux mêmes problématiques et vous le vivrez tous avec vos propres difficultés. Cela crée forcément un lien très fort et durable, ce qui est précieux.

5. Travailler efficacement chaque matière et sur le long terme

Ne partez pas bille en tête, en vous disant simplement que vous allez « travailler plus ». Cela ne veut rien dire, il faut réfléchir aux bons moyens d'améliorer son efficacité et son organisation de travail pour qu'elles soient efficaces sur le long terme. Chaque matière

compte, il est impossible de laisser une matière de côté en prépa, c'est l'une des grandes difficultés. Vous allez avoir des matières dominantes, comme les mathématiques, la physique, la chimie ou les sciences de l'ingénieur, pour lesquelles le nombre d'heures de cours est très important. Mais vous aurez aussi l'étude obligatoire d'une langue vivante et des cours de français-philosophie, par exemple. Ces deux matières, parfois sous-considérées par les étudiants, peuvent justement faire une immense différence entre les candidats aux concours. Dans votre planning, il faudra prévoir un temps pour chaque matière et sur chaque semaine. Attention, néanmoins, à bien répartir le temps en fonction de la matière. Il est évident que vous ne pouvez pas passer 3 heures par jour sur l'anglais et 15 minutes seulement sur les maths. Pour gagner en efficacité et optimiser vos méthodes, vous pouvez vous procurer le livre *Intégrer l'X ou l'école d'ingénieurs de tes rêves*, paru aux éditions Vuibert, qui recense, notamment, toutes les méthodes de travail indispensables pour réussir en prépa.

Astuce! La bulle de concentration

Sachez que personne n'est multitâche. Des études en images IRM montrent que l'attention saute d'une tâche à l'autre et qu'il faut environ 10 secondes pour se recentrer sur une tâche. De même, avoir un smartphone allumé à côté de soi nous ferait perdre 30 % de notre attention. Lorsque vous commencez à travailler, que ce soit pour un cours, un exercice, une révision, coupez tout ce qui pourrait interférer avec votre travail : téléphone, télévision, radio, par exemple. Essayez de vous isoler au maximum pour vous créer une bulle de concentration de plusieurs heures.

4 La gestion de la masse de travail

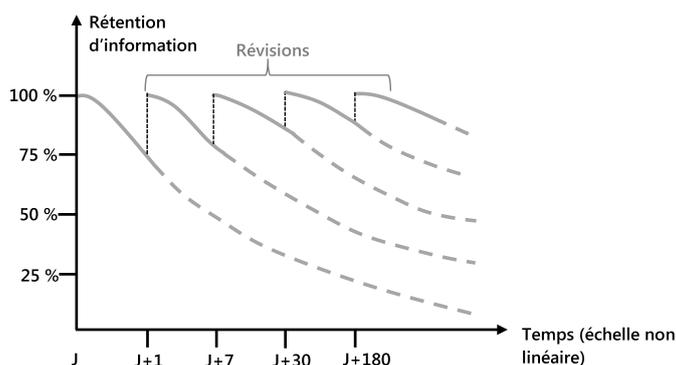
Rythme insoutenable? Pas tant que ça

Le rythme d'une année de classe prépa est très soutenu : on le compare souvent à un marathon dont la ligne d'arrivée serait le passage des concours. Ce but ultime est à garder en tête comme source première de motivation. Comme dans un marathon, un départ à vitesse maximale ne permettra pas de tenir sur la durée, mais un départ trop lent ne permettra pas, non plus, de finir la course dans le temps imparti. Il faut donc s'imposer un rythme soutenu dès le départ, qui fait appel à toutes vos capacités, voire à un dépassement de vos limites. Cette rigueur vous apportera beaucoup par la suite, autant dans votre vie d'étudiant que dans votre vie professionnelle future. On se pose souvent la question du nombre d'heures nécessaires pour performer en prépa. Les études montrent, qu'en moyenne, un élève en CPGE travaille 50 heures par semaines (30 heures de cours + 12 heures de travail personnel par semaine + 8 heures le week-end) contre 36 heures pour un étudiant à l'Université (22 heures de cours + 10 heures de travail personnel par semaine + 4 heures le week-end). Mais ces chiffres restent des moyennes, chaque étudiant trouvera son propre rythme et encore une fois son propre planning de travail.

Travail et planification

La première étape est de fournir un travail très régulier tous les soirs de la semaine, vendredi soir inclus. La régularité est la plus grande clé de la réussite. Il faut commencer par reprendre les cours de la journée et les apprendre. À l'aide d'un planning de travail préétabli, définissez des plages horaires de révision pour chaque matière et tenez-vous-y.

Vous pouvez essayer de définir votre type de mémoire pour adapter les temps dédiés à chaque tâche en fonction. Un étudiant qui révise de manière efficace, 30 minutes tous les soirs de la semaine connaîtra bien mieux son cours qu'un étudiant qui réviserait en une seule fois pendant 3 heures. On trouve des courbes qui traduisent l'évolution de la disparition du savoir au fil du temps et du temps nécessaire pour l'acquérir de nouveau.



► Figure 1. Lien entre révision et mémoire.

Le week-end doit être utilisé aussi pour travailler, réviser et faire les exercices ou devoirs maison demandés, au moins un jour entier sur les deux (soir inclus). Attention, donc, aux fêtes qui finissent très tard tous les samedis. Vous risquez de ne pas être en forme le dimanche et d'avoir donc perdu un week-end entier, ce qui vous désavantagera sur le long terme si cela se reproduit trop souvent.

Astuce! La technique du feedback

Pour aider à l'acquisition des savoirs, presque tous les enseignants de CPGE conseillent la méthode dite du « feedback ». Ce concept a été inventé en 1990 par Éric Maurette, mais la méthode est ancestrale. Il s'agit de contrôler, par écrit, par oral ou mentalement ce que l'on vient d'apprendre. Pratiquée quotidiennement, cette méthode permet des résultats spectaculaires (bien souvent utilisée par la plupart des majors de Polytechnique, Centrale, etc.). Nous conseillons de faire deux feedbacks par jour : un pour le cours et l'autre pour les exercices. Vous pouvez les faire en rentrant des cours (pendant les trajets par exemple). Essayez tout simplement de vous rappeler votre cours et vos exercices sans regarder ni vos livres, ni votre cahier, ni vos notes. Cela nécessite d'avoir été bien attentif en cours et de capitaliser le temps d'attention en classe. L'autre possibilité est de faire son feedback après avoir relu et appris votre cours, fait vos exercices. Cela ne vous rajoute pas de travail, mais vous fait gagner du temps à long terme : vous aurez besoin de moins de temps pour maîtriser le cours et de moins d'exercices pour améliorer vos résultats.

Santé et travail acharné

Tout ce que nous venons d'évoquer nous amène à revenir sur le repos et l'hygiène de vie. Il vous faudra vous maintenir en forme. Cela passe par plusieurs choses : des repas équilibrés et à heures fixes ainsi qu'un sommeil de qualité et en quantité suffisante. Ce conseil s'adresse particulièrement aux élèves qui vont quitter leurs parents pour se retrouver, pour

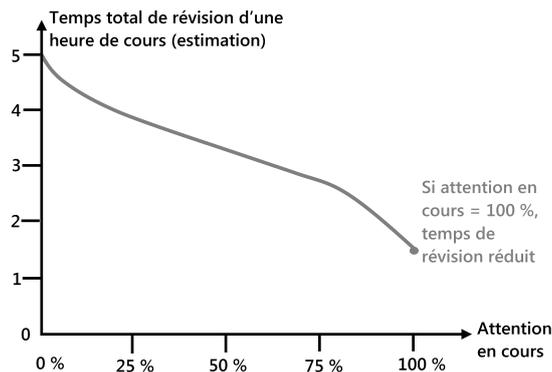
la première fois, en appartement, en chambre étudiante ou en collocation. Vous n'aurez plus vos parents pour vous imposer un rythme de vie cadré et on peut parfois être tenté, justement, par une nourriture trop riche et un coucher tardif. L'hygiène de vie fait partie des points à ne pas négliger : la mémoire et l'attention ne peuvent se maintenir au plus haut niveau que si, physiquement, le corps est reposé et en pleine forme. Cela implique aussi une hygiène irréprochable : un appartement (ou une chambre) propre et bien rangé sera la preuve que votre esprit l'est aussi!

La prépa est véritablement le lieu où l'on apprend à travailler et à faire en très peu de temps, plusieurs tâches de manière efficace. Pour commencer, occupez-vous des choses simples et rapides, vous économiserez ainsi vos forces pour vous attaquer ensuite aux choses plus complexes (l'inverse serait une erreur : on s'épuise sur les choses complexes et on finit par faire des erreurs ou par ne plus avoir le temps de traiter les choses simples). Maximisez le temps de travail en traquant les moments creux (en CPGE, du temps passé à ne rien faire est du temps perdu), entraînez votre mémoire en revenant régulièrement sur les connaissances, même celles que vous connaissez. La mémoire est comme un muscle, elle se travaille.

5 Les cours et les différents types de devoirs

Les cours

Rappelez-vous que les mathématiques sont une science cumulative, c'est-à-dire que plus on assimile les notions, plus on en comprend le principe et la finalité. Aller en cours doit donc être une évidence, car c'est en cours que se joue l'assimilation et la compréhension. En effet, si vous ne prenez pas le cours du professeur et n'assistez pas aux échanges avec les élèves et aux questions, vous perdrez une bonne partie des connaissances à assimiler. Une heure de cours pleinement suivie diminue très largement le temps de travail à fournir ensuite pour l'apprendre. Des études montrent que, pour une heure de cours, la différence de temps d'apprentissage peut aller jusqu'à trois fois plus pour un étudiant qui n'aurait pas suivi la leçon. Cela reviendrait à apprendre seul, armé de son cours ou d'un livre, ce qui reste très complexe et qui demande quatre à cinq fois plus de temps qu'un apprentissage accompagné par les explications orales d'un enseignant.



► Figure 2. Lien entre révision et mémoire.

Cependant, suivre en cours ne signifie pas simplement qu'il faut rester silencieux, bien assis sur sa chaise et recopier, lettre après lettre, phrase après phrase, ce que l'enseignant écrit au tableau en se disant que l'on relira le soir pour voir ce que l'on a compris. Ne vous comportez surtout pas comme une machine à écrire. Il faut être mentalement présent, suivre

le raisonnement de l'enseignant au fur et à mesure qu'il avance. D'ailleurs, l'enseignant n'écrit pas tout, c'est à vous de suivre les explications et de noter les remarques importantes évoquées à l'oral. Un cours qui se suit est un cours où l'on est très actif et concentré (ce qui n'a rien d'évident sur plusieurs heures sans pause). Cela vous fera gagner un temps précieux pour vos révisions du soir. Dans votre planning de travail du soir, prévoyez un temps pour apprendre votre cours. Vous devez, le soir, revoir vos notes pendant que le cours est encore « frais » dans votre tête. Cette étape ne doit pas vous prendre beaucoup de temps mais permettra de bien retenir les notions importantes et, si vous n'avez pas compris quelque chose, de poser des questions au prochain cours. Vous pouvez aussi faire des fiches avec les définitions, les formules et quelques exemples illustratifs. Par la suite, celles-ci vous permettront de réviser les colles et les concours.

Astuce! De l'importance de bien prendre ses notes

Parlons ici d'un point primordial, la prise de note et la tenue du cahier ou du classeur. Un cours bien pris, avec une écriture soignée et facilement lisible, aéré, qui montre au premier coup d'œil les éléments importants à l'aide de couleurs, des résultats encadrés ou soulignés... tout cela facilitera grandement deux choses :

- votre envie d'y revenir ;
- votre rapidité à apprendre ou réviser par la suite.

En cours, ne vous contentez pas d'écrire uniquement ce qu'il y a au tableau. Votre professeur n'écrit pas tout ce qu'il dit et fera beaucoup de remarques à l'oral. Pour une prise de note efficace, n'hésitez pas à préparer des copies/pages avec des marges agrandies dans lesquelles vous noterez les commentaires du professeur ou de vos camarades. La plus grande difficulté sera de noter et d'écouter en même temps. Avec de la pratique, vous y arriverez très bien!

Les exercices

Lors de chaque cours, le professeur va donner des exercices à faire. Il ne les donne pas pour le plaisir mais pour vous aider à apprendre et à développer les bons raisonnements, à procéder avec méthode à la résolution d'un problème. C'est une occasion constante de s'entraîner et vous avez besoin de travailler à l'aide d'exercices pour comprendre en profondeur le cours. Dans votre planning, gardez du temps pour faire les exercices directement après la révision du cours, il aura l'avantage d'être encore frais dans votre esprit. Vous pouvez vous retrouver dans la position d'un étudiant perdu devant son exercice, qui n'arrive pas à savoir par où commencer. Vous vous en doutez, la solution n'apparaîtra pas par magie! Ce qui est efficace, cependant, c'est de découvrir le plus précisément possible le but de l'exercice. Est-ce un exercice qui ne sert qu'à appliquer directement le cours, un exercice qui vous amène à réfléchir sur tout le chapitre ou, enfin, un exercice qui crée du lien entre plusieurs chapitres? Une fois ce but déterminé, tentez de définir des mots de vocabulaire associés à l'exercice : quantificateurs, équations irrationnelles, point de vue algébrique, trigonométrie, symétrie et translation, etc. Cela vous permettra de savoir à quelle partie du cours, l'exercice se réfère précisément (les cours en CPGE sont plutôt longs et denses). Pour finir, il faut maintenant faire appel à votre mémoire, vous souvenir des outils à mettre en place (définitions, formules, démonstrations, exercices d'application dont le problème était semblable, etc.). Avec cela, vous devriez être moins perdu, si jamais cela vous arrive. Au sein même du contenu d'un exercice, après avoir lu plusieurs fois les questions et en étant sûr qu'elles sont comprises, posez-vous les grandes questions récurrentes suivantes :

- Que me demande de chercher la question ?
- Quelles informations me donne l'énoncé ?
- Qu'ai-je appris qui permet de relier les deux (formules, définitions, etc.) ?

Lorsque vous avez terminé, relisez-vous bien et vérifiez la cohérence de vos réponses. Si ce sont des exercices issus d'un livre, reportez-vous au corrigé pour comprendre le raisonnement attendu et les erreurs éventuelles. Parfois, la solution d'un exercice résiste. N'insistez pas démesurément. Notez simplement les pistes que vous avez explorées, même si cela n'a pas été concluant. Ce travail est utile pour le confronter à la correction.

Les DM (devoirs maison)

Les devoirs maison (DM) sont des exercices plus conséquents, à la manière d'un mini sujet de concours. Ils sont, avec les colles, la principale source d'inquiétude chez les élèves. Vous en aurez pratiquement toutes les semaines et dans presque toutes les matières. Ces devoirs peuvent demander énormément de temps pour être réalisés entièrement et nécessitent une organisation et une planification impeccables. Dans votre planning, prévoyez donc un temps pour avancer sur les DM, c'est le même principe que pour les cours ou les exercices, ne les remettez pas à plus tard. Si vous vous retrouvez avec un devoir maison à rendre « demain », c'est « qu'aujourd'hui », il est presque terminé. En CPGE, les devoirs maison se donnent toujours au moins une semaine à l'avance et se travaillent donc dès le soir où on les reçoit. S'y mettre la veille, c'est aller à l'encontre du point « travailler pour le long terme ». Par manque d'organisation, les élèves sont parfois tentés de bâcler les DM, en cherchant une solution existante sur internet, par exemple. Cette démarche est contreproductive si l'on souhaite progresser durant les deux années de prépa. Il est, de très loin, préférable de fournir un effort mental personnel, de chercher véritablement les solutions, quitte à ne pas réussir à tout faire et bloquer sur certaines questions. Il faudra alors passer du temps sur la correction donnée par le professeur et s'assurer de bien comprendre les astuces de calcul et les étapes importantes du raisonnement.

Une possibilité notable pour les DM reste de les faire à plusieurs, en tout cas de temps en temps, car n'oubliez pas que le jour de l'épreuve, vous serez seul devant votre copie. En effet, l'entraide dans la classe est bien plus une arme qu'un danger en CPGE. Deux étudiants qui s'aident sont gagnants : le premier aura tellement réfléchi au sujet pour donner ses explications qu'il peut être certain d'avoir assimilé les savoirs, le deuxième reçoit une aide d'un camarade de classe avec un langage sans doute plus adapté que celui des enseignants et avec une autre manière de dire les choses. Les devoirs maison peuvent donc être l'occasion d'un travail collaboratif.

Les colles

Les colles (parfois écrit « khôlles ») sont l'une des spécificités des prépas. Chaque semaine, durant une heure et par petits groupes de trois élèves, vous êtes interrogé à l'oral par un « colleur » (souvent un professeur que vous ne connaissez pas) sur un sujet que vous avez vu en cours durant la semaine. En général, après avoir posé une question de cours, le colleur vous propose un exercice à résoudre au tableau. L'objectif des colles est bel et bien de vous préparer aux oraux des concours. Le colleur vous donnera un exercice « nouveau » pour voir si vous parvenez à saisir quel est le problème et à trouver des pistes pour le résoudre. Donc, pas de panique ! D'une part, c'est un oral, vous n'avez pas encore l'habitude. D'autre part, l'intérêt pour le colleur sera plutôt d'analyser votre réflexion que la véracité de la réponse : un cours bien appris, des définitions et calculs utilisés à bon escient et des idées proposées vous permettront d'avoir une note forcément correcte. Un scientifique se doit de pouvoir se justifier ou, au moins, de voir pourquoi ce qu'il propose est sans doute faux. L'enseignant vous donnera alors quelques pistes qu'il faudra savoir attraper au vol

pour rectifier sa démarche et, peut-être, finir l'exercice! On ne vous en voudra jamais de ne pas trouver seul une astuce complexe ou de ne pas penser à une démarche originale, mais on vous reprochera vos erreurs de raisonnement ou, pire encore, d'essayer de « bluffer » votre interrogateur. Le plus important est d'être actif, même si l'exercice vous échappe. Une attitude passive ne donne pas envie à l'examineur de vous aider. N'hésitez pas à dialoguer avec lui pour lui expliquer où vous bloquez, il vous aidera. Si la colle ne s'est pas bien passée, notez les exercices que vous avez eus et vérifiez que vous savez les refaire. Cette démarche sera payante, car les exercices donnés en colles sont très souvent des « classiques » qu'il faut maîtriser.

Les DS (devoirs surveillés)

Les devoirs surveillés sont pratiquement des sujets de concours blancs. Ils reviendront toutes les semaines dans une matière différente (ou dans plusieurs matières quand les cours n'ont pas encore suffisamment avancé, en début d'année par exemple) et durent 4 heures. Le but des DS, n'est pas de torturer les étudiants mais bel et bien de :

- vérifier que le cours est appris régulièrement;
- vérifier que le cours est compris et que l'on sait s'en servir intelligemment;
- vous entraîner à affronter des problèmes de 4 heures.

Le grand avantage des devoirs surveillés c'est que vous savez précisément sur quoi vous allez être interrogé, puisqu'il s'agit uniquement des notions acquises. Les DS, à la manière d'un sujet de concours, peuvent être constitués de plusieurs petits exercices avec éventuellement un problème, de plusieurs problèmes ou d'un problème unique très long. Si vous avez suivi tous les conseils précédents, produit un travail régulier, appris vos cours et fait des exercices chaque soir, le travail à fournir la veille d'un DS n'est pas plus dense qu'un autre jour. Vous prendrez sans doute la peine de passer en revue plusieurs exercices, mais vous serez largement prêt. Il vous suffira ensuite, le jour du contrôle, d'appliquer tous les conseils donnés pour résoudre les exercices et mener à leur terme les problèmes que l'on vous propose. Si votre inquiétude concerne votre vitesse d'exécution, gardez en tête deux choses :

- les sujets de concours sont faits de manière à être trop longs pour le temps imparti. Pour un sujet de 4 heures, il faut souvent plus de 3 heures pour, ne serait-ce que recopier la correction à la main sans réfléchir une seule seconde! Cela permet de balayer large et de donner à chaque étudiant, l'occasion de trouver quelque chose qu'il sait faire;
- le seul moyen de se guérir d'une trop faible rapidité d'exécution est de faire des exercices. Pratiquez, pratiquez, pratiquez!

Quand vous aurez vos notes, pas de découragement. Apprenez de vos erreurs. Là encore, la correction doit être utilisée pour voir ce qui n'a pas été compris, quelle astuce est passée à la trappe lors de l'épreuve et comment ne plus se faire piéger dans le cas où vous rencontreriez de nouveau, un problème similaire.

Les épreuves de concours

Les concours sont l'aboutissement des deux années de prépa. Durant les deux ans, vous vous êtes entraîné dans ce seul et unique but. Voici quelques conseils qui vous aideront à mieux appréhender les épreuves de concours et, dans un premier temps, les concours blancs ou les DS :

- **détendez-vous.** Plus facile à dire qu'à faire! et pourtant, c'est la première étape pour réussir un examen. Plus vous êtes nerveux au cours d'un concours et plus vous êtes susceptible d'oublier quelque chose, voire pire, de paniquer complètement;

- **allez à la chasse aux points.** Traitez d'abord toutes les questions que vous savez faire. Puis travaillez les questions que vous pensez que vous pouvez faire sans en être sûr. Enfin, revenez en arrière et travaillez les questions restantes. Vous obtiendrez ainsi le maximum des points que vous êtes en mesure d'obtenir;
- **gérez votre temps.** Regardez l'horloge régulièrement. Ne passez pas trop de temps à essayer de résoudre une question qui ne rapportera peut-être même pas 1 point. Si vous êtes « coincé » sur une question, passez à la suivante et revenez-y plus tard. Sinon, vous ne serez pas en mesure de terminer le sujet et obtiendrez moins de points en prenant tout ce temps pour une question que vous ne savez pas résoudre;
- **lisez attentivement les questions.** Soyez bien concentré pour lire complètement les questions avant d'y répondre. Si l'on demande une certaine précision pour un calcul, assurez-vous que votre précision est celle demandée. N'hésitez pas à « stabiloter » les données d'une question;
- **montrez tout votre travail et présentez bien votre réflexion.** Rendez facile la tâche à votre correcteur en lui permettant de comprendre rapidement que vous savez traiter une question. Détaillez votre rédaction de manière à ce que, même si la réponse est fautive mais le raisonnement juste, la question vous rapporte des points. Ne laissez pas le correcteur essayer de comprendre si ce que vous faites est juste ou non. Il faut toujours avoir à l'esprit que le correcteur n'a pas que votre copie à corriger et que plus vite il corrige votre copie, plus il sera enclin à laisser passer certaines maladresses;
- **ne laissez pas une question en blanc.** Vous ne devez jamais laisser un vide dans une question. Même si vous ne savez pas comment résoudre la question, écrivez au moins une idée pour la résoudre. Le correcteur peut être amené à vous attribuer une partie des points, tandis que s'il n'y a rien, il n'y a pas de points. Écrire quelque chose n'est bien évidemment pas une garantie de points, mais ne rien écrire est une garantie d'en avoir aucun;
- **votre réponse a-t-elle bien un sens?** Assurez-vous que votre réponse est cohérente par rapport au problème posé;
- **relisez-vous avant la fin de l'épreuve.** Après la rédaction de chaque question, relisez-vous afin de voir si vous n'avez pas fait de faute de calcul ou oublié une solution. N'hésitez pas à confronter votre solution avec des données qui apparaissent ensuite dans l'énoncé. N'attendez pas la fin du contrôle pour relire toute votre copie car, si vous vous apercevez d'une erreur, il ne sera peut-être plus temps de la rectifier surtout si elle implique les résultats suivants dans l'exercice.

6 Les 8 incontournables en mathématiques

1. « Ce qui se conçoit bien, s'énonce clairement »

Pour mieux comprendre cet adage dû à Boileau, il faut comprendre sa négation : ce qui est mal compris s'exprime mal c'est-à-dire « *non clairement* » de manière confuse.

La rédaction mathématique a pour but de faire comprendre clairement au lecteur un problème mathématique. Cependant, la rédaction, contrairement aux mathématiques, n'est pas une science exacte, c'est-à-dire que plusieurs rédactions sont possibles pour un même problème ou suivant le niveau mathématique, en effet, ce qui était important pour un niveau terminale pourra être rapidement énoncé pour un niveau prépa.

Un premier test pour savoir si une rédaction est bonne ou pas, consiste à faire lire votre copie par une personne de même niveau que vous. Si cette personne a le sentiment que c'est sa propre capacité de compréhension qui est en cause, votre rédaction doit être confuse. C'est, en effet, paradoxal mais une copie mal rédigée induit parfois chez le lecteur ce sentiment de ne pas être à la hauteur en mathématique. Par contre, si la personne à laquelle vous faites lire votre copie trouve que finalement la question n'était pas si compliquée que cela, votre rédaction est certainement précise et rigoureuse. Ne dit-on pas que « *le génie est la capacité de rendre simple ce qui est compliqué* ».

La rédaction est toujours un compromis, car une épreuve de mathématiques a toujours une certaine durée et que toutes choses n'ont pas nécessité à être auscultées dans les moindres détails. Il s'agit, la plupart du temps, de mettre en évidence un passage particulier, important, de la résolution de la question. Une démonstration est comme une plaidoirie d'avocat, il faut argumenter, apporter les preuves et ménager ses effets pour mettre en évidence la vérité. En général, la résolution d'une question, peut être séparée en deux parties, une suite de calculs et l'utilisation d'un théorème dont on contrôlera que les hypothèses sont bien vérifiées. On détaillera plus ou moins les calculs mais, lorsque l'on utilise un théorème, il faudra toujours être scrupuleux sur les hypothèses d'application.

Une suite de calculs, sans aucune phrase en français, sera pour le moins indigeste et le lecteur se découragera vite, car aucun lien de raisonnement ne permet de comprendre où mènent tous ces calculs. Cette rédaction, qui en réalité n'en est pas une, n'aide aucunement le lecteur à comprendre ce que vous faites. Le correcteur aura le sentiment que vous ne comprenez pas la question et que cette suite de calculs n'est qu'un artifice, voire du bluff, pour cacher vos doutes et incertitudes.

Une rédaction minimaliste aura un effet un peu similaire. Car si le lecteur ne voit que le résultat d'un calcul, sans détails, il aura le sentiment qu'on veut lui faire croire quelque chose sans preuve. Il faut trouver le juste milieu, le temps étant limité, en détaillant les moments importants du calcul.

Enfin, une rédaction ne s'improvise pas, il faut s'y être préparé, car elle mêle des automatismes qui ne s'acquièrent que par la pratique et des définitions et théorèmes qu'il faut savoir citer au bon moment et précisément.

« *La critique est aisée et l'art est difficile* », mais comme dans la rédaction vous devez être votre propre critique, l'art ne sera que du plaisir.

Voici quelques indications pour améliorer votre rédaction et apprendre quelques automatismes qu'il est bon de connaître.

D'une manière générale, la rédaction d'une question doit comporter **trois parties** : l'introduction, le raisonnement et la conclusion.

2. Introduire ce dont on parle

Introduire toutes les variables utilisées, même si elles sont définies dans l'énoncé.

Par exemple pour introduire un entier naturel non nul quelconque, on peut écrire :

- soit $n \in \mathbb{N}^*$;
- pour tous $n \in \mathbb{N}^*$.

Ainsi n'écrivez pas, hors de tout contexte : « *Ils sont colinéaires* » qui ça ? « Les vecteurs », quels vecteurs ?

On peut, en cours de raisonnement, introduire une variable personnelle par souci de concision. Par exemple, dans l'étude d'une fonction, lorsque les zéros de la dérivée ont une expression un peu longue et que l'on doit dresser le tableau de variation :

Posons $x_1 = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}$ et $x_2 = \frac{1 - \sqrt{21}}{2}$.

Attention! Admettons que vous ayez déjà introduit un certain réel positif y . Dans ce cas vous ne pouvez écrire, pour introduire la lettre x : soit $y = x^2$.

Car cette formulation sous-entend que c'est y qui est introduit et non x . Le nouveau nom doit apparaître à gauche tandis qu'à droite figure le nom déjà introduit. On écrira alors soit $x = \sqrt{y}$, soit $x = -\sqrt{y}$.

3. Mettre en évidence les articulations logiques

Quelques petits mots bien utiles dans la rédaction :

- donc, alors, il vient, d'où, par conséquent, ainsi;
- or, on sait que, de plus, en outre, ensuite, enfin;
- mais, cependant, toutefois, puisque, comme, car;
- etc.

Ces petits mots vous permettent de mettre du liant dans votre raisonnement et rendent la lecture plus claire. Attention toutefois à la signification logique de ces petits mots, ils ont en effet une implication dans votre raisonnement.

Montrer que : $\forall x \in [0; 1], \sqrt{1-x^2} \in [0; 1]$.

Soit $x \in [0; 1]$:

- par croissance de la fonction carrée sur \mathbb{R}_+ , on a : $0 \leq x^2 \leq 1$, donc $0 \leq 1 - x^2 \leq 1$;
- par croissance de la fonction racine carrée sur \mathbb{R}_+ : $0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1$.

Conclusion : $\forall x \in [0; 1], \sqrt{1-x^2} \in [0; 1]$.

Éviter les termes « *forcément* » et « *obligatoirement* » et les remplacer par « *nécessairement* », plus mathématique. Cela évite ainsi un passage en « *force* ».

4. Annoncer ce que l'on fait

Rédiger correctement une question, c'est aussi expliquer ce que l'on fait.

Annoncer la méthode de résolution au début de la question :

« *Montrons que...* », « *Démontrons par récurrence...* », « *Montrons par l'absurde que...* », « *Il ne reste plus qu'à montrer que...* », etc.

Votre travail n'en sera que plus compréhensible.

5. Citer une définition ou un théorème

Citer une définition ou un théorème doit se faire avec précision. Il faut donner, clairement et sans fautes, les hypothèses, les notations et la conclusion. Un théorème mal rédigé, imprécis, une hypothèse omise..., tout cela donne une impression de manque de rigueur et peut mener à une conclusion erronée.

1. Définir le nombre dérivé d'une fonction en un point.

Réponse incorrecte : Le nombre dérivé de f en a est : $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Manque de précision. Qui sont f et a ?

Pourquoi la limite du taux d'accroissement existe-t-elle ?

Réponse correcte : Soit une fonction f définie sur un intervalle I . Soit $a \in I$.

f est dérivable en a si, et seulement si, la limite $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ existe et est finie. On appelle alors, nombre dérivé de f en a cette limite, que l'on note :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

2. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 + x - 1$. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur \mathbb{R} .

Réponse incorrecte : $f(0) = -1$ et $f(1) = 1$ donc la fonction f change de signe, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur \mathbb{R} .

Quelles sont les hypothèses du théorème des valeurs intermédiaires? Pourquoi cette solution est-elle unique?

Réponse correcte : La fonction cube et la fonction affine $x \mapsto x - 1$ sont deux fonctions définies et croissantes sur \mathbb{R} .

La fonction f est continue sur \mathbb{R} car f est un polynôme.

$f(0) = -1$ et $f(1) = 1$ donc la fonction f change de signe sur \mathbb{R} .

La fonction f est continue, monotone, et change de signe sur \mathbb{R} donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]0 ; 1[$ sur \mathbb{R} .

6. Pas de mélange des genres

Écrire en français ou en mathématique mais pas les deux à la fois.

Ne pas remplacer, dans une phrase en français, les expressions « *il existe* » par le symbole \exists et « *pour tout* » par le symbole \forall .

Écrire « *la somme de deux entiers est un entier* » ou $\forall m, n \in \mathbb{Z}, m + n \in \mathbb{Z}$, mais pas « $\forall m, n \in \mathbb{Z},$ la somme de m et n est un entier »

Le mélange autorisé le plus courant concerne le symbole \in , comme dans « *Soit $x \in E$* » qui peut remplacer « *Soit x un élément de E* ».

Les connecteurs « *et* », « *ou* » sont tolérés dans le langage mathématique :

$$x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -2.$$

7. Faire la différence entre f et $f(x)$

Rédaction incorrecte : « la fonction $\frac{x}{x^2+1}$ est dérivable sur \mathbb{R} ».

Rédaction correcte : « la fonction $x \mapsto \frac{x}{x^2+1}$ est dérivable sur \mathbb{R} ».

En effet, $\frac{x}{x^2+1}$ n'est pas une fonction mais une expression algébrique.

Une fonction est une relation qui à une quantité x associe la quantité $f(x)$.

On la note alors : $x \mapsto f(x)$.

Parfois la fonction a un nom comme f , g , fonctions carrée, cube et racine carrée, exp, ln, cos, sin. On pourra alors écrire « La fonction exp est croissante sur \mathbb{R} ».

8. Dériver une fonction

Les notations de la forme $(f(x))'$ ou $\left(\frac{1}{1+x^2}\right)'$ sont incorrectes.

Il faut noter $f'(x)$ ou u' avec $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$.

PARTIE 2

MATHS

TOUT CE QU'IL FAUT SAVOIR POUR RÉUSSIR

Plan de la partie

Chapitre 1 ▶ Raisonnement et logique	23
Chapitre 2 ▶ Calculs algébriques	43
Chapitre 3 ▶ Nombres complexes : mise à niveau	65
Chapitre 4 ▶ Trigonométrie, nombres complexes et géométrie	85
Chapitre 5 ▶ Analyse	117
Chapitre 6 ▶ Intégration, équations différentielles	147
Chapitre 7 ▶ Les suites numériques	173
Chapitre 8 ▶ Arithmétique : mise à niveau	201
Chapitre 9 ▶ Dénombrement et arithmétique	235





CHAPITRE 1

Raisonnement et logique

Plan du chapitre

Auto-évaluation , p. 24	<input type="checkbox"/>
Synthèse de cours , p. 25	<input type="checkbox"/>
1 ▶ Raisonnements, p. 25	<input type="checkbox"/>
2 ▶ Les quantificateurs, p. 28	<input type="checkbox"/>
3 ▶ Logique et opérations sur les ensembles, p. 50	<input type="checkbox"/>
Exercices d'application , p. 38	<input type="checkbox"/>
Corrigés détaillés , p. 40	<input type="checkbox"/>

Le but de cette partie est de rappeler les différentes façons de démontrer une proposition et d'approfondir les premiers aspects de la logique mathématique vus jusqu'en terminale uniquement en probabilité.

La capacité d'élargir les possibilités de résolution d'un problème est un élément important pour apprendre à chercher et ne pas rester bloqué sur une unique façon de concevoir une démonstration. Les exercices étant moins guidés en classes préparatoires, il est important d'explorer le champ des possibles et d'avoir un jugement plus sûr du résultat apporté.

Objectifs et compétences

Ce que j'ai vu au lycée	Ce que je vais apprendre en prépa
SECONDE Différents ensembles de nombres, opérations élémentaires sur les ensembles. Notion de quantificateurs. Proposition mathématique et conjecture.	Approfondissement des différents types de démonstration. Raisonnement par récurrence double et forte. Raisonnement par analyse synthèse.
PREMIÈRE Différenciation entre implication et équivalence. Contraaposée. Approfondissement des quantificateurs.	Utilisation rigoureuse des quantificateurs. Apprentissage d'une rédaction précise et rigoureuse.
TERMINALE Raisonnements par récurrence simple et par double implication. Raisonnement par l'absurde. Corollaire. Ensemble des parties.	Logique et opérations sur les ensembles. Notion d'axiomes. Connecteurs logiques et tables de vérité. Loi de Morgan et propriétés des opérations sur les ensembles.

AUTO-ÉVALUATION

Évaluez-vous en répondant à la série de questions ci-dessous. Plusieurs bonnes réponses sont possibles. La calculatrice n'est pas autorisée.

1. « Je passerai mes vacances d'été en Égypte ou en Turquie »

La négation de cette proposition est :

- a. Je ne passerai pas mes vacances d'été en Égypte ou en Turquie.
- b. Je ne passerai pas mes vacances d'été en Égypte ni en Turquie.
- c. Je ne partirai pas pendant les vacances d'été.
- d. Je ne passerai pas mes vacances d'hiver en Égypte ou en Turquie.

2. « S'il fait beau, j'irai à la plage ». La négation de cette proposition est :

- a. S'il fait beau, je n'irai pas à la plage.
- b. S'il ne fait pas beau, je n'irai pas à la plage.
- c. S'il ne fait pas beau, j'irai à la plage.
- d. Il fait beau et je ne vais pas à la plage.

3. On considère la proposition (P) : « Les personnes qui parlent trop ne réfléchissent pas souvent. » Parmi les propositions suivantes, laquelle est équivalente à (P) ?

- a. Les personnes qui parlent trop ne réfléchissent pas.
- b. Les personnes qui réfléchissent souvent ne parlent pas trop.
- c. Les personnes qui réfléchissent souvent parlent trop.
- d. Les personnes qui ne parlent pas trop réfléchissent souvent.



QCM INTERACTIFS



lienmini.fr/40828-1

4. On considère la proposition suivante : « Il existe un réel x , tel que pour tout réel y , on a $y^2 > x$ ».

- a. Cette proposition est vraie.
- b. Cette proposition est fausse.

5. La proposition suivante :

$\forall n \in \mathbb{N}^*, 1+2+2^2+\dots+2^n = 2^{n+1}-1.$

- a. peut se démontrer par récurrence
- b. peut se démontrer par l'absurde.
- c. est fausse.
- d. peut se démontrer par différence de deux termes.

6. La proposition suivante : « Si n est un entier impair, alors n^2-1 est un multiple de 8. »

- a. peut se démontrer par récurrence
- b. peut se démontrer par implication.
- c. peut se démontrer par l'absurde.
- d. est fausse.

7. La proposition suivante : « $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel. »

- a. peut se démontrer par récurrence
- b. peut se démontrer par double implication.
- c. peut se démontrer par l'absurde.
- d. peut se démontrer par la contraposée.

► Corrigés p. 40

Je réussis mon entrée en prépa

Maths

L'ouvrage indispensable pour se mettre à niveau et assurer sa rentrée !

→ CONSEILS ET MÉTHODES DE TRAVAIL

pour bien **démarrer l'année** et intégrer « l'esprit prépa »

→ QCM D'AUTO-ÉVALUATION

pour **tester** ses connaissances et **cibler** ses révisions

→ SYNTHÈSE DE COURS À JOUR DU PROGRAMME DU LYCÉE

Les notions-clés du cours du lycée en mathématiques et informatique pour **revoir ses acquis** et **réviser** avant la rentrée

→ PASSERELLES VERS LA PRÉPA

Des encarts « Objectif prépa » pour **s'immerger dans le programme** de première année

→ ENTRAÎNEMENT INTENSIF

Plus de 200 exercices d'application et problèmes corrigés pour **s'entraîner** et **se préparer** efficacement

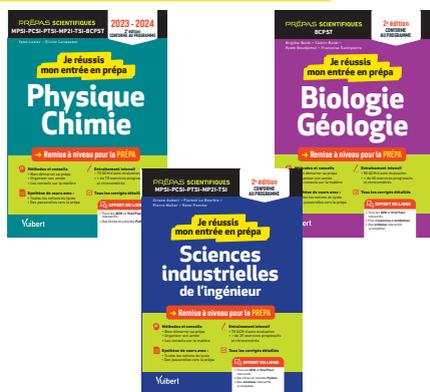


OFFERT EN LIGNE

- + Tous les **QCM** et **Vrai/Faux** interactifs pour s'auto-évaluer
- + Des **exercices** et **problèmes corrigés supplémentaires** pour s'entraîner
- + Des **fiches** et **activités** de remise à niveau en Python

Un auteur au cœur de l'enseignement et des attentes des élèves

Dans la même collection :



Retrouvez notre collection complète sur le site www.vuibert.fr

ISBN : 978-2-311-21488-8



9 782311 214888